

MATEMATIČNI PROGRAMI

Peter PEER

<http://www.lrv.fri.uni-lj.si/~peterp/temp/MatematichniProgrami.pdf>

Univerza v Ljubljani



Fakulteta za računalništvo in informatiko

Potek današnje ure?

- Uvod
- Dodana vrednost
- Konkreten primer

Spremljali nas bodo primeri tipičnih vprašanj

Anketa po MS PS (MS CT)

- Katere matematične programe poznate?
– Mathematica, Matlab, Maple, Octave, Derive,...
- Ste katerega že uporabljali?
- Kaj pričakujete od predavanja?

Osnovni namen programov?

- Simbolično reševanje problemov
 - Mathematica, Maple, Derive
- Numerično reševanje problemov
 - Matlab, Octave (CD)

Značilnosti

- Interaktivno delo
- Programiranje novih funkcij
- Grafična predstavitev rezultatov
- Podpora različnih platform

Uporabnost

- Učenje matematike (koncepti, primerjalne študije)
- Učenje in raziskave na področju tehnike, računalništva, fizike, avtomatike, ekonomije, kemije, biologije,...
- Raziskave in razvoj v industriji

Dodana vrednost?

- Matematika na FRI: Analiza I, II, Diskretne strukture, Statistika in analiza podatkov, Osnove verjetnosti in statistika, Numerične metode
- Osebna izkušnja: preverjanje konceptov, izpeljav, rešitev! \Rightarrow Uspešno in učinkovito opravljanje izpitov.

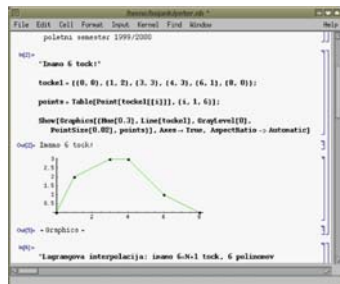
Vprašanja?

MATHEMATICA

- Laboratorijske vaje pri predmetu
- Mathematica je učinkovit, morda celo revolucionaren programski paket oziroma jezik, ki omogoča integracijo simboličnih, numeričnih in grafičnih funkcij
- Mathematica je plačljiv program...

Zakaj revolucionaren?

- Zasnova jedra
- Zasnova grafičnega uporabniškega vmesnika



Značilnosti beležnice?

- Omogoča ustvarjanje **dokumentov**, ki so na las podobni besedilom (knjige, seminarske naloge)
- Vendar ti dokumenti omogočajo dinamično prevajanje, saj so v osnovi sestavljeni iz **živih** enačb in animacij
- Žive enačbe so celice dokumenta, ki jih Mathematica **ovrednoti** in izpiše rezultat pod ustrezno celico

sintaksa ≠ notacija

Osnovne operacije	Običajna matematična notacija	Notacija v Mathematici
seštevanje	$n + m$	n+m
odštevanje	$n - m$	n-m
množenje	$n * m$	n*m ali s presledkom n m
deljenje	$\frac{n}{m}$	n/m
potenciranje	n^m	n^m
skalarni produkt	$\vec{m} \cdot \vec{n}$	m.n

sintaksa ≠ notacija

Uporaba oklepajev	Običajna matematična notacija	Notacija v Mathematici
grupiranje	$a * (b + c)$	a*(b+c)
točka v ravnini (seznam)	(p, q)	{p,q}
funkcija f v odvisnosti od spremenljivke t	$f(t)$	f[t]

sintaksa \neq notacija

<i>Uporaba enakosti</i>	<i>Običajna matematična notacija</i>	<i>Notacija v Mathematici</i>
priređitev	$a = 5$	$a=5$
reševanje enačb	$2x + 3y = 5$	$2*x+3*y==5$



$f[t.]$:= nek izraz z neodvisno spremenljivko t

Ovrednotenje po vrsticah

```
In:= a=7+10      In:= a=7+10+
+317             317
Out= 17          Out= 334
317             In:= a
In:= a           Out= 334
Out= 17
```

Uporaba vgrajenih funkcij

- Ime funkcije se začne z veliko črko
- Argumente zapišemo med []
- Imena niso okrajšave
- ~1000 funkcij
- Uporabi '?' pred imenom za pomoč

Trigonometrične funkcije

Izračunajte sinus kota $\pi/2$!

```
In:= Sin[Pi/2] v radianih  
Out= 1
```

Korenjenje

Izračunajte izraz: $\sqrt{4} + 27^{1/3}$!

```
In:= Sqrt[4]+27^(1/3)  
Out= 5
```

Logaritmiranje

Izračunajte logaritem števila 8 pri osnovi 2!

```
In:= Log[2,8]  
Out= 3
```

Sklicevanje

```
In[19]:= Sqrt[4]
Out[19]= 2
In[20]:= Log[2, 8]
Out[20]= 3
In[21]:= In[20] + Out[19]
Out[21]= 5
```

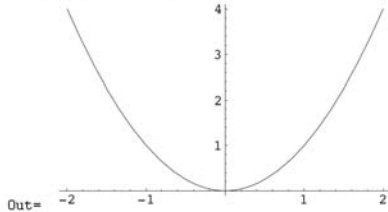
Peter Peer: Matematični programi

19

Risanje

Narišite funkcijo x^2 na intervalu od -2 do 2!

```
In:= Plot[x^2, {x, -2, 2}]
```



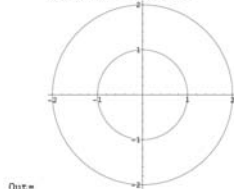
Peter Peer: Matematični programi

20

Risanje

Narišite funkciji $\{\cos(t), \sin(t)\}$ in $\{2\cos(t), 2\sin(t)\}$ na intervalu od 0 do 2π !

```
In:= ParametricPlot[{{Cos[t], Sin[t]}, {2Cos[t], 2Sin[t]}}. {t, 0, 2Pi},
  AspectRatio->Automatic]
```



Peter Peer: Matematični programi

21

Reševanje sistemov enačb

Poiščite rešitvi za x iz enačbe $x^2 + 2bx + c = 0$!

```
In:= Solve[x^2+2b x+c==0, x]
Out= {{x→-b-√b^2-c},{x→-b+√b^2-c}}
```

Rešite sistem enačb: $x = 1 + 2ay$ in $y = 9 + 2x$!

```
In:= Solve[{x==1+2a y, y==9+2x}, {x,y}]
Out= {{x→-1+18a,-1+4a},{y→-1+4a}}
```

Odvajanje

Poiščite četrti odvod izraza x^n !

```
In:= D[x^n,{x,4]}
Out= (-3+n) (-2+n) (-1+n) n x^-4+n
```

Integriranje

Poiščite nedoločen integral izraza x^n !

```
In:= Integrate[x^n,x]
Out= x^(1+n)/(1+n)
```

Poiščite določen integral izraza x^3 na intervalu od 0 do 1!

```
In:= Integrate[x^3,{x,0,1]}
Out= 1/4
```

Limita

Poiščite limito izraza $\frac{\sin x}{x}$, ko gre x proti 0!

```
In:= Limit[Sin[x]/x, x->0]
Out= 1
```

Matrike

```
In:= a={1,2};
      b={3,4};
      A={a,b};
      B={b,a};
      a.b
      A.B
Out= 11
      In:= {{a, b}, {c, d}} // MatrixForm
      Out=  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 
In:= Inverse[A]
Out= {{-2, 1}, {3/2, -1/2}}
In:= Transpose[{{1,2,3},{4,5,6}}]
Out= {{1, 4},{2, 5},{3, 6}}
In:= Det[A]
Out= -2
In:= MatrixPower[A,3]
Out= {{37, 54}, {81, 118}}
```

Vektorski produkt

Poiščite vektorski produkt vektorjev $\vec{u} = \{1, 2, 3\}$ in $\vec{v} = \{3, 4, 2\}$!

```
In:= u = {1, 2, 3};
      v = {3, 4, 2};
      Cross[u,v]
Out= {-8, 7, -2}
```

Vrste vsot in produktov

Izračunajte vsoto prvih dvanajstih naravnih lihih števil: $\sum_{i=1}^{12} (2i - 1)!$

```
In:= Sum[2i-1, {i, 1, 12, 1}]
Out= 144
```

Izračunajte produkt funkcij $i + x$, kjer i preteče vrednosti od 1 do 9 in se povečuje s korakom 2: $\prod_{\text{korak}=2, i=1}^9 i + x!$

```
In:= Product[i+x, {i, 1, 9, 2}]
Out= (1 + x) (3 + x) (5 + x) (7 + x) (9 + x)
```

Peter Peer: Matematični programi

28

Poenostavljanje in faktoriziranje

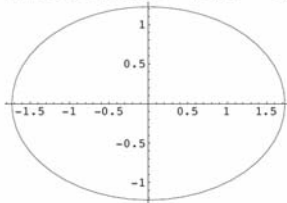
```
In:= A=Sin[x]^2 + Cos[x]^2
Simplify[A]
Simplify[(-1 + x) (1 + x)]
Out= Sin[x]^2 + Cos[x]^2
1
-1+x^2
In:= Factor[-1+x^2]
Out= (-1 + x) (1 + x)
```

Peter Peer: Matematični programi

29

Nalaganje paketov

```
In:= <<Graphics`ImplicitPlot`
ImplicitPlot[x^2 + 2 y^2 == 3, {x, -2, 2}]
```



Out=

Peter Peer: Matematični programi

30

Programiranje v Mathematici?

Kaj naredi naslednja koda?

```
In:= Num=10
M=Table[0,{i,1,Num},{i,1,Num}]
For[i=1,i<Num+1,i++,
  For[j=1,j<Num+1,j++,
    If[i==j,M[[i,j]]=4,
      If[i==j+1 || i==j-1,M[[i,j]]=1, ]
    ]
  ]
]
```

M =

4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	4	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	4	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	4	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	4	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	4	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	4	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	4	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	1

Tipične napake

- In/Out
- “Obešanje” programa ob nepravilnih izrazih
- Brisanje vrednosti spremenljivk
- Sintaksa \neq notacija
- Klic funkcije iz nenaloženega paketa

Kaj je narobe?

- $a==2$; $b:=a/2$; $c=b/a$
- `solve[X^2=0,X]`
- `Plot[x^2,{x,2,2}]`
- `Inverse[{{1,2},{2,3},{3,4}}]`
- `Limit[Sin[x]/x, x->0]`

Težji primeri uporabe?

<http://www.lrv.fri.uni-lj.si/~peterp/geometrija/geometrija.html>

- Ravninske krivulje: Lagrangov interpolacijski polinom, Hermitov interpolacijski polinom, interpolacija s kubičnimi zlepk, B-zlepki, Bezierjeve krivulje,...
- Prostorske krivulje
- Rekonstrukcija 3D točke

Primeri nalog?

- Razložite razliko med simboli za enačenje v Mathematici?
- Rešite sistem enačb z dvema neznankama x in y : $y=x^2+A$, $x=By+1$. Na koncu shranite ustvarjeno datoteko s končnico nb kot dokument sistema LaTeX.
